

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕОРИИ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛА ДЛЯ РАЗРАБОТКИ МОДЕЛИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ И УВЕРЕННОСТИ В НЕМ ЧЕЛОВЕКА

В.М. ШЕНДЯПИН, В.А. БАРАБАНЩИКОВ

Резюме

В парадигме теории обнаружения сигнала с учетом многоотсчетного описания наблюдения получены формулы для вычисления вероятности правильности ответов в каждой пробе, объясняющие феномен уверенности человека в своих решениях. В результате упрощения полученных формул разработана эвристическая модель принятия решения и оценки уверенности в нем, воспроизводящая поведение человека точнее, чем предшествующие модели.

Ключевые слова: математическое моделирование, принятие решения, уверенность в сенсорных суждениях, теория обнаружения сигнала, разработка эвристической модели

Нерешенные вопросы моделирования уверенности

Настоящая работа продолжает исследования уверенности человека при решении сенсорных задач, результаты которых опубликованы ранее (Шендяпин и др., 2003, 2006, 2008).

Изучение принятия решения как базового звена выполнения любой когнитивной задачи — одна из центральных проблем психологии. Актуальность ее очевидна. Поэтому такие

исследования за рубежом бурно развиваются начиная с середины XX в. Позднее к ним добавились работы, направленные на изучение уверенности в принятом решении (в частности, на материале сенсорно-перцептивных задач порогового типа). Разработаны математические модели принятия решения и оценки уверенности в нем (Balakrishnan, Ratcliff, 1996; Bjorkman et al., 1993; Ferrell, 1995; Link, Heath, 1975; Vickers et al., 1998, 2003 и др.). Наиболее проработанной

среди них признается аккумуляторная модель (Vickers et al., 1998, 2003). Она предполагает накопление свидетельств в пользу каждой из сравниваемых альтернатив ответа как механизм вынесения решения и оценки уверенности в его правильности, а также адаптивную подстройку этого механизма.

В ходе эксперимента при решении сенсорной задачи испытуемого просят в каждой пробе оценить уверенность в правильности своего решения в виде ожидаемой вероятности его правильности (Adams, 1957), и испытуемый дает такую оценку. Логично было бы ожидать, что разработанные модели позволяют получать в каждой пробе вместе с ответом и оценку уверенности в нем в виде вероятности правильности ответа. Выполнение этого условия позволяло бы напрямую сопоставлять оценки уверенности, полученные при моделировании и в эксперименте.

Однако анализ упомянутых моделей показывает, что они оценивают уверенность иначе. Нединамические модели (Balakrishnan, Ratcliff, 1996; Bjorkman et al., 1993; Ferrell, 1995), базирующиеся на теории обнаружения сигнала (ТОС) (Иган, 1983; Green, Swets, 1966/1974), задают величину уверенности как расстояние на оси сенсорных репрезентаций стимулов от полученной в данной пробе сенсорной реакции на предъявленный стимул до критерия принятия решения. Динамические же модели: случайных блужданий (Link, Heath, 1975) и аккумуляторная (Vickers et al., 1998, 2003) выражают уверенность через специально введенные величины свидетельств. При этом вероятность правильности при-

нятого решения в каждой пробе они не вычисляют. Поэтому задача получения для каждой пробы оценки уверенности в виде вероятности правильности принятого решения является актуальной.

Для выполнения поставленной задачи на первом этапе создания модели была доработана ТОС (Иган, 1983; Green, Swets, 1966/1974). Необходимость ее доработки объясняется тем, что качество ответов наблюдателя в ней оценивается через вероятности правильного обнаружения и ложной тревоги, характеризующие только интегральную эффективность принимаемых решений, усредненную по всей серии проб. Теоретические же формулы для вычисления вероятности правильности принятого решения в каждой отдельной пробе в ней отсутствовали, что не позволяло описать феномен уверенности человека с помощью идеальной модели ТОС.

Однако ТОС имеет большой объяснительный потенциал, так как она использует только хорошо определенные формальные понятия и с их помощью дает обоснованное описание идеального процесса принятия решения, включенного в сенсорную задачу. Ожидалось, что необходимые формулы для вычисления вероятности правильности ответа в каждой пробе в ТОС все-таки могут быть выведены. В результате анализа апостериорных вероятностей событий необходимые формулы действительно были получены, что позволило объяснить феномен уверенности человека вначале на уровне идеальной модели ТОС.

Затем была выделена переменная, от которой зависит вероятность

правильности принятого решения в каждой пробе. Во второй части работы в результате анализа свойств этой переменной и учета реальных возможностей человека был сконструирован простой алгоритм вычисления сенсорных свидетельств, на основе которого была разработана более близкая к реальности, чем идеальная модель ТОС, эвристическая модель принятия решения и оценки уверенности в нем человека, выражаемая через ожидаемую вероятность правильности.

Вывод формул для вероятностей правильности и ошибочности принятых решений в парадигме ТОС

Неопределенность

Неопределенность в сенсорной задаче различения стимулов заключается в том, что наблюдателю достоверно не известно, какой из двух возможных стимулов он наблюдает. При различении двух близких по величине стимулов предъявление стимула, порождающего на выходе сенсорной системы наблюдателя более слабый отклик, называется событием **n** (noise, т. е. шум). А предъявление другого стимула, порождающего на выходе сенсорной системы более сильный отклик, называется событием **sn** (signal + noise, т. е. сигнал + шум). Так как к детерминированному отклику сенсорной системы на предъявляемый стимул всегда добавляется внутренний шум самой системы, то любая величина реакции сенсорной системы может быть вызвана как событием **n**, так и событием **sn**.

Априорные вероятности

Обычно наблюдателю известна априорная вероятность появления события **sn**, равная $P(\mathbf{sn})$. Априорная вероятность появления дополнительного к нему события **n** при этом равна $P(\mathbf{n}) = 1 - P(\mathbf{sn})$. Отношение априорных вероятностей:

$$l_0 = P(\mathbf{sn})/P(\mathbf{n}) \quad (1)$$

показывает, насколько событие **sn** появляется чаще, чем событие **n**.

Наблюдение

Описание результирующего отклика сенсорной системы человека на наблюдаемые события задается в виде стационарного случайного процесса $X(t)$, принимающего значения x , распределенные по закону $f(x|\mathbf{n})$ при событии **n** либо по закону $f(x|\mathbf{sn})$ при событии **sn**.

Для описания наблюдения из процесса $X(t)$ с шагом Δt берется m -мерная выборка откликов (x_1, x_2, \dots, x_m) , за период времени $T = m\Delta t$. Будем далее обозначать строку полученных откликов вектором выборки $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$. Величина отношения правдоподобия полученной выборки \mathbf{x} , равная отношению совместных плотностей $l(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}|\mathbf{sn})/f(\mathbf{x}|\mathbf{n})$, показывает, насколько чаще данная выборка \mathbf{x} появляется при событии **sn**, чем при событии **n**.

Апостериорные вероятности

Апостериорная вероятность $P(\mathbf{sn}|\mathbf{x})$ есть вероятность события **sn** при условии, что на выходе сенсорной системы была получена выборка \mathbf{x} .

Аналогично $P(\mathbf{n}|\mathbf{x})$ — апостериорная вероятность события \mathbf{n} . Разумеется $P(\mathbf{sn}|\mathbf{x}) + P(\mathbf{n}|\mathbf{x}) = 1$. Апостериорные вероятности событий можно выразить через априорные вероятности и отношение правдоподобия.

Обозначим через $g(\mathbf{sn}, \mathbf{x})$ функцию плотности вероятности совпадения двух событий: а) попадания полученных значений выборки $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ в элементарный интервал $d\mathbf{x} = dx_1, dx_2, \dots, dx_m$ и б) реализации события \mathbf{sn} . Используя формулу для вероятности совпадения этих событий, получаем, что $g(\mathbf{sn}, \mathbf{x}) = P(\mathbf{sn})f(\mathbf{x}|\mathbf{sn}) = f(\mathbf{x})P(\mathbf{sn}|\mathbf{x})$. При этом $f(\mathbf{x}) = P(\mathbf{sn})f(\mathbf{x}|\mathbf{sn}) + P(\mathbf{n})f(\mathbf{x}|\mathbf{n}) = P(\mathbf{sn})f(\mathbf{x}|\mathbf{sn}) \{1 + [l(\mathbf{x})l_0] - 1\}$. Отсюда получаем апостериорные вероятности:

$$P(\mathbf{sn}|\mathbf{x}) = \frac{P(\mathbf{sn})f(\mathbf{x}|\mathbf{sn})}{f(\mathbf{x})} = \frac{P(\mathbf{sn})f(\mathbf{x}|\mathbf{sn})l(\mathbf{x})l_0}{P(\mathbf{sn})f(\mathbf{x}|\mathbf{sn})[1+l(\mathbf{x})l_0]} = \frac{l(\mathbf{x})l_0}{1+l(\mathbf{x})l_0} \quad (2)$$

$$P(\mathbf{n}|\mathbf{x}) = 1 - P(\mathbf{sn}|\mathbf{x}) = \frac{1}{1+l(\mathbf{x})l_0} \quad (3)$$

Отношение полученных апостериорных вероятностей равно:

$$l_x(\mathbf{x}) = P(\mathbf{sn}|\mathbf{x})/P(\mathbf{n}|\mathbf{x}) = l(\mathbf{x})l_0. \quad (4)$$

Если от отношений l_0 , $l(\mathbf{x})$ и $l_x(\mathbf{x})$ перейти к их натуральным логарифмам: $L_0 = \ln(l_0)$, $L(\mathbf{x}) = \ln[l(\mathbf{x})]$ и $L_x(\mathbf{x}) = \ln[l_x(\mathbf{x})]$, то формулы (2), (3) и (4) упрощаются:

$$P(\mathbf{sn}|\mathbf{x}) = \exp[L(\mathbf{x})+L_0] \{1+\exp[L(\mathbf{x})+L_0]\}^{-1} = 0.5 + 0.5th\{[L(\mathbf{x})+L_0]/2\}, \quad (5)$$

$$P(\mathbf{n}|\mathbf{x}) = 1 - P(\mathbf{sn}|\mathbf{x}) = 0.5 - 0.5th\{[L(\mathbf{x})+L_0]/2\}, \quad (6)$$

$$L_x(\mathbf{x}) = L(\mathbf{x}) + L_0. \quad (7)$$

Простой и наглядный вид зависимостей $P(\mathbf{sn}|\mathbf{x})$ и $P(\mathbf{n}|\mathbf{x})$ от $L(\mathbf{x})$, задаваемый функцией гиперболического тангенса, получен в парадигме ТОС впервые. Графики зависимостей $P(\mathbf{sn}|\mathbf{x})$ и $P(\mathbf{n}|\mathbf{x})$ от $L(\mathbf{x})$, рассчитанные по формулам (5) и (6), показаны на рис. 1. Видно, что с ростом $L(\mathbf{x})$ $P(\mathbf{sn}|\mathbf{x})$ монотонно растет от 0 до 1, а $P(\mathbf{n}|\mathbf{x})$ монотонно убывает от 1 до 0. При выборках \mathbf{x} , удовлетворяющих условию $L(\mathbf{x}) = -L_0$, вероятности событий \mathbf{sn} и \mathbf{n} совпадают и равны 0.5.

В точке, где $L(\mathbf{x}) = 0.0$, $l(\mathbf{x}) = 1$. Подставляя $l(\mathbf{x}) = 1$ в выражения (2) и (3), получаем $P(\mathbf{sn}|\mathbf{x}) = P(\mathbf{sn})$ и $P(\mathbf{n}|\mathbf{x}) = P(\mathbf{n})$, т. е. апостериорные вероятности событий при этом равны априорным.

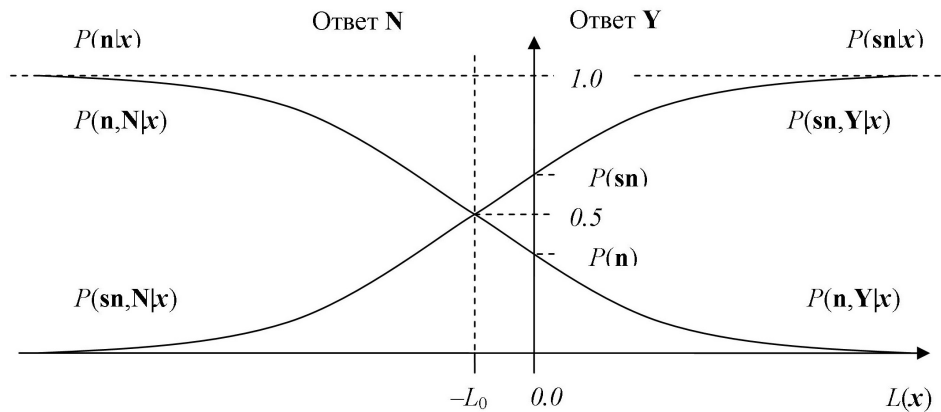
Принятие решения

Принятие решения начинается после получения выборки \mathbf{x} случайного процесса $X(t)$ и внешне выглядит как оценка истинности утверждения «данная выборка \mathbf{x} была вызвана событием \mathbf{sn} ». Если наблюдатель согласен с этим утверждением, то должен сказать «да». Если же он скорее не согласен, то должен сказать «нет». Решение в виде ответа «да» является событием \mathbf{Y} (Yes — да), а решение в виде ответа «нет» — событием \mathbf{N} (No — нет).

Ситуация после получения выборки \mathbf{x} описывается двумя несовместными сочетаниями событий: $(\mathbf{sn}|\mathbf{x})$ и $(\mathbf{n}|\mathbf{x})$. После принятия решения и появления события \mathbf{Y} или \mathbf{N}

Рис. 1

Зависимости апостериорных вероятностей $P(\mathbf{sn}|\mathbf{x})$ и $P(\mathbf{n}|\mathbf{x})$ от $L(\mathbf{x})$



Примечание. Решающее правило идеальной модели ТОС: при $L(\mathbf{x}) > -L_0$ принимается решение \mathbf{Y} , иначе принимается решение \mathbf{N} . $P(\mathbf{sn},\mathbf{Y}|\mathbf{x})$ и $P(\mathbf{n},\mathbf{N}|\mathbf{x})$ – вероятности правильности решений. $P(\mathbf{n},\mathbf{Y}|\mathbf{x})$ и $(\mathbf{sn},\mathbf{N}|\mathbf{x})$ – вероятности ошибочности решений.

ситуация описывается уже четырьмя несовместными сочетаниями: $(\mathbf{sn},\mathbf{Y}|\mathbf{x})$, $(\mathbf{sn},\mathbf{N}|\mathbf{x})$, $(\mathbf{n},\mathbf{Y}|\mathbf{x})$ и $(\mathbf{n},\mathbf{N}|\mathbf{x})$.

Сочетание $(\mathbf{sn},\mathbf{Y}|\mathbf{x})$ называется правильным обнаружением сигнала (события \mathbf{sn}) при данной выборке \mathbf{x} . Сочетание $(\mathbf{n},\mathbf{Y}|\mathbf{x})$ – ложной тревогой (ошибочным обнаружением события \mathbf{sn}). Сочетание $(\mathbf{sn},\mathbf{N}|\mathbf{x})$ – пропуском сигнала (ошибочным обнаружением события \mathbf{n}). Сочетание $(\mathbf{n},\mathbf{N}|\mathbf{x})$ – правильным отрицанием (правильным обнаружением события \mathbf{n}). Сумма вероятностей всех возможных сочетаний событий и решений, усредненных по всем выборкам \mathbf{x} , равна 1: $P(\mathbf{sn},\mathbf{Y}) + P(\mathbf{n},\mathbf{Y}) + P(\mathbf{sn},\mathbf{N}) + P(\mathbf{n},\mathbf{N}) = 1$. При этом вероятность правильности принятых решений $P(\text{Cor})$ (Correct – правильный) независимо от того, при какой выборке \mathbf{x} они были получены и каким было решение, равна:

$$P(\text{Cor}) = P(\mathbf{sn},\mathbf{Y}) + P(\mathbf{n},\mathbf{N}) = \int [P(\mathbf{sn},\mathbf{Y}|\mathbf{x}) + P(\mathbf{n},\mathbf{N}|\mathbf{x})]f(\mathbf{x})d\mathbf{x}. \quad (8)$$

Из рис. 1 и формул (5), (6) видно, что в принципе при любой выборке \mathbf{x} можно принять как решение \mathbf{Y} (вероятность его правильности будет равна $P(\mathbf{sn}|\mathbf{x}) > 0$), так и решение \mathbf{N} (вероятность его правильности равна $P(\mathbf{n}|\mathbf{x}) > 0$). Однако если наблюдатель хочет получить максимум вероятности правильных решений $P(\text{Cor})$, то из двух возможных при данной выборке \mathbf{x} альтернатив ответа он должен выбирать ту, которая приносит ему вероятность правильности большую, чем вероятность ошибочности. Поэтому если при данной выборке \mathbf{x} выполняется неравенство $P(\mathbf{sn}|\mathbf{x}) > P(\mathbf{n}|\mathbf{x})$, то он должен выбрать решение \mathbf{Y} , и тогда он получит нужный результат: $P(\mathbf{sn},\mathbf{Y}|\mathbf{x}) > P(\mathbf{n},\mathbf{Y}|\mathbf{x})$, а если $P(\mathbf{sn}|\mathbf{x}) < P(\mathbf{n}|\mathbf{x})$, то он должен выбрать

решение \mathbf{N} и тогда тоже получит нужный результат: $P(\mathbf{sn}, \mathbf{N} | \mathbf{x}) < P(\mathbf{n}, \mathbf{N} | \mathbf{x})$.

Так как в соответствии с рис. 1 неравенство $P(\mathbf{sn} | \mathbf{x}) > P(\mathbf{n} | \mathbf{x})$ эквивалентно неравенству $L(\mathbf{x}) + L_0 > 0$, а неравенство $P(\mathbf{sn} | \mathbf{x}) < P(\mathbf{n} | \mathbf{x})$ эквивалентно неравенству $L(\mathbf{x}) + L_0 < 0$, то решающее правило идеальной модели ТОС можно сформулировать следующим образом: при $L(\mathbf{x}) > -L_0$ принимается решение \mathbf{Y} , иначе принимается решение \mathbf{N} . При этом в соответствии с найденными нами формулами (5) и (6) вероятности правильности принятых решений \mathbf{Y} и \mathbf{N} вычисляются по формулам:

$$P(\mathbf{sn}, \mathbf{Y} | \mathbf{x}) = 0.5 + 0.5th\{|L(\mathbf{x}) + L_0|/2\},$$

при $L(\mathbf{x}) + L_0 > 0$, (9)

$$P(\mathbf{n}, \mathbf{N} | \mathbf{x}) = 0.5 - 0.5th\{|L(\mathbf{x}) + L_0|/2\},$$

при $L(\mathbf{x}) + L_0 < 0$. (10)

А вероятности ошибочности принятых решений \mathbf{Y} и \mathbf{N} вычисляются по формулам:

$$P(\mathbf{n}, \mathbf{Y} | \mathbf{x}) = 0.5 - 0.5th\{|L(\mathbf{x}) + L_0|/2\},$$

при $L(\mathbf{x}) + L_0 > 0$, (11)

$$P(\mathbf{sn}, \mathbf{N} | \mathbf{x}) = 0.5 + 0.5th\{|L(\mathbf{x}) + L_0|/2\},$$

при $L(\mathbf{x}) + L_0 < 0$. (12)

На выборках \mathbf{x} , удовлетворяющих условию $L(\mathbf{x}) + L_0 = 0$, ни одно из решений не имеет преимущества, так как вероятности их правильности и ошибочности равны 0.5.

Переход от идеальной модели ТОС к эвристической модели принятия решения и оценки уверенности человеком

Мы пришли к результату, что в идеальной модели ТОС имеется переменная $L_x(\mathbf{x}) = L(\mathbf{x}) + L_0$, позволяющая при данной выборке \mathbf{x} принимать решение и по формулам (9), (10) получать вероятность его правильности. Однако большинство психологов, занимающихся проблемой принятия решений человеком, склоняется к гипотезе, что при принятии решений в условиях неопределенности люди не используют теорию вероятности. Субъективная оценка вероятности скорее похожа на субъективную оценку физических величин, таких как расстояние или размер. По их мнению, люди интегрируют информацию, содержащуюся в задаче, с помощью простых эвристических упрощений, которые сводят сложные задачи оценки вероятностей и прогнозирования значений величин до более простых операций суждения (Козелецкий, 1979; Тверски, Канеман, 2005). Математическая сложность вычисления переменной $L(\mathbf{x})$, входящей в $L_x(\mathbf{x})$, явно превышает реальные возможности мозга человека. В связи с этим возникает вопрос: как упростить процесс вычисления $L(\mathbf{x})$ и свести его к простым вычислительным эвристикам, более свойственным людям?

Самая очевидная причина сложности вычисления $L(\mathbf{x})$ связана с многомерностью полученной выборки \mathbf{x} , которая в случае взаимозависимости ее отсчетов требует вычисления совместных законов распределений $f(\mathbf{x} | \mathbf{sn})$ и $f(\mathbf{x} | \mathbf{n})$. Однако если шаг

дискретизации Δt непрерывного процесса $X(t)$, имеющего ширину спектра Δf , выбрать примерно равным времени корреляции этого процесса $\Delta t \approx 1/\Delta f$, то, с одной стороны, сохраняется вся информация, содержащаяся в процессе $X(t)$ (Котельников, 1956), а, с другой стороны, отсчеты x_i становятся практически некоррелированными. При обычном предположении, что закон распределения отсчетов x_i является нормальным, из некоррелированности отсчетов следует их взаимная независимость. В таком случае отношение правдоподобия выборки \mathbf{x} можно приближенно заменить произведением отношений правдоподобия отдельных отсчетов x_i :

$$l(\mathbf{x}) \approx \prod_{i=1}^m f(x_i | \mathbf{sn}) / f(x_i | \mathbf{n}) = \prod_{i=1}^m l(x_i). \quad (13)$$

Другая причина сложности вычислений состоит в том, что человеку трудно вычислять отношения правдоподобия $l(x_i)$ для отсчетов x_i . Однако если предположить, что в поро-

вых задачах дисперсии нормальных распределений $f(x_i | \mathbf{sn})$ и $f(x_i | \mathbf{n})$ одинаковы, то при условии единичной дисперсии и нулевого среднего для $f(x_i | \mathbf{n})$ и среднего значения равного $d' > 0$ для $f(x_i | \mathbf{sn})$ (рис. 2) эти плотности имеют вид:

$$f(x_i | \mathbf{n}) = (2\pi)^{-1/2} \exp(-0.5x_i^2), \quad (14)$$

$$f(x_i | \mathbf{sn}) = (2\pi)^{-1/2} \exp[-0.5(x_i - d')^2]. \quad (15)$$

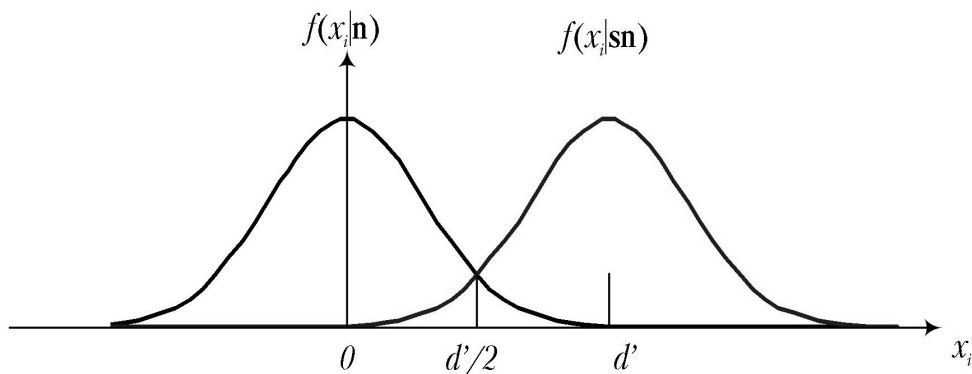
При этом отношение правдоподобия имеет простой вид (Иган, 1983):

$$l(x_i) = f(x_i | \mathbf{sn}) / f(x_i | \mathbf{n}) = \exp[d'(x_i - d'/2)]. \quad (16)$$

Из-за плавности изменения характеристик сенсорной системы предположение о равенстве дисперсий распределений $f(x_i | \mathbf{sn})$ и $f(x_i | \mathbf{n})$ выполняется тем лучше, чем меньше различие между стимулами, описываемое различимостью d' .

Рис. 2

Одномерные нормальные законы распределения выборки x_i при событиях \mathbf{n} и \mathbf{sn} . Дисперсии обоих распределений совпадают



В итоге с учетом формул (13) и (16) получаем новый и важный результат. Величину $L(\mathbf{x})$ можно вычислять по приближенной формуле:

$$L(\mathbf{x}) \approx \sum_{i=1}^m d'(x_i - d'/2). \quad (17)$$

Полученный результат свидетельствует о том, что мозг человека на основе оценки различимости d' и отсчетов x_i случайного процесса $X(t)$ может принимать решения и оценивать вероятность его правильности при условии, что он успевает в реальном времени (т. е. за время Δt) вычислять и накапливать на сумматоре выражения вида $d'(x_i - d'/2)$. Правда, для получения такой эвристики пришлось сделать определенные предположения о работе сенсорных систем человека. Однако эти предположения не являются произвольными. Все они имеют свои обоснования.

Анализ взаимосвязей между разрабатываемой и предшествующими эвристическими моделями

Соотношение с аккумуляторной моделью

Слагаемые суммы (17) по своему смыслу похожи на свидетельства в пользу сравниваемых альтернатив решения, рассматриваемые Д. Викерсом (Vickers, Lee, 1998). Поэтому вслед за ним будем называть переменные $d'(x_i - d'/2)$ сенсорными свидетельствами. Различие же состоит в том, что у свидетельств, введенных Д. Викаерсом, нет множителя d' . При этом смысл свидетельств в обоих случаях вполне очевиден: если $x_i > d'/2$, то это

действительно можно считать свидетельством в пользу события \mathbf{sn} , а если $x_i < d'/2$, то это может свидетельствовать в пользу события \mathbf{n} (рис. 2).

Идея использования понятия свидетельства при выборе наилучшего решения является плодотворной. Так как выбор решения и вероятность его правильности зависят от суммы $L(\mathbf{x}) + L_0$, то L_0 также влияет на принятие решения. Только в отличие от сенсорных свидетельств L_0 является априорным свидетельством.

Соотношение с моделями, основанными на ТОС

Окончательно переходя от идеальной модели ТОС к разрабатываемой нами эвристической модели принятия решения, получаем, что вместо переменной $L(\mathbf{x})$ можно использовать более простую эвристическую переменную в виде суммы сенсорных свидетельств:

$$S(\mathbf{x}) \approx \sum_{i=1}^m d'(x_i - d'/2), \quad (18)$$

а вместо переменной $L_x(\mathbf{x}) = L(\mathbf{x}) + L_0$ — сумму всех свидетельств $C(\mathbf{x}) = S(\mathbf{x}) + L_0$.

При этом связь между идеальной моделью ТОС и нашей эвристической моделью очень нетривиальна. В строгом математическом смысле переменные $L(\mathbf{x}) = \ln[f(\mathbf{x}|\mathbf{sn})/f(\mathbf{x}|\mathbf{n})]$ и $S(\mathbf{x})$ являются совершенно разными функциями от \mathbf{x} . Однако если отсчеты x_i выборки \mathbf{x} являются нормальными, слабо коррелируют друг с другом и имеют одинаковые дисперсии, то выполняется примерное равенство $L(\mathbf{x}) \approx S(\mathbf{x})$. Именно это равенство позволяет эвристической модели оценивать вероятности

правильности принятых человеком решений с помощью формул (9) и (10) путем замены $L(\mathbf{x})$ на $S(\mathbf{x})$.

Переформулируем для нашей эвристической модели решающее правило идеальной модели ТОС: при $C(\mathbf{x}) > 0$ принимается решение \mathbf{Y} , иначе принимается решение \mathbf{N} . При этом вероятности правильности принимаемых решений:

$$P(\text{sn}, \mathbf{Y} | \mathbf{x}) = 0.5 + 0.5th[C(\mathbf{x})/2], \quad \text{при } C(\mathbf{x}) > 0, \quad (19)$$

$$P(\text{n}, \mathbf{N} | \mathbf{x}) = 0.5 - 0.5th[C(\mathbf{x})/2], \quad \text{при } C(\mathbf{x}) < 0 \quad (20)$$

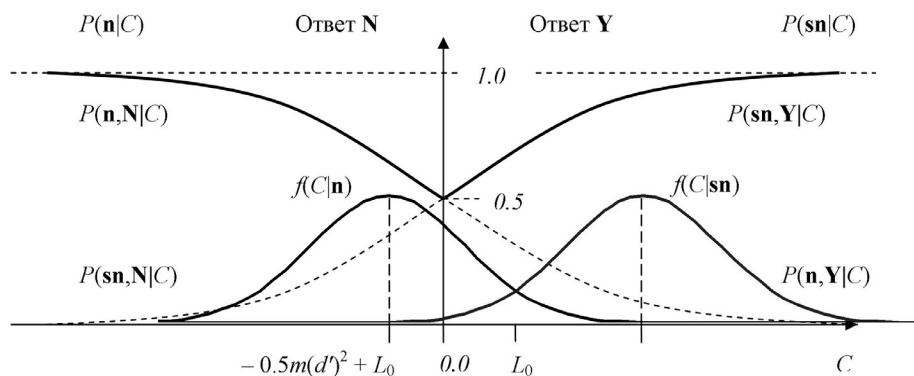
всегда превышают уровень 0.5, соответствующий полной неуверенности, на величину $\Delta P = 0.5th[|C(\mathbf{x})|/2] > 0$. Вот эту величину ΔP мы и предлагаем считать уверенностью в принятом решении. Зависимости вероятностей правильности и ошибочности реше-

ний от суммы свидетельств $C(\mathbf{x})$ приведены на рис. 3.

Таким образом, в нашей модели $C(\mathbf{x})$ является единственной переменной, необходимой и достаточной для описания принятия решения и получения оценки уверенности в нем. Так как величина $\Delta P = 0.5th[|C(\mathbf{x})|/2]$ является монотонно возрастающей функцией от $|C(\mathbf{x})|$, то при оценке уверенности вместо ΔP используется просто величина $|C(\mathbf{x})|$. При этом становится ясно, почему модели, базирующиеся на ТОС (Balakrishnan, Ratcliff, 1996; Bjorkman et al., 1993; Ferrell, 1995), оценивают величину уверенности как расстояние на оси сенсорных репрезентаций стимулов от полученной в данной пробе реакции на предъявленный стимул до критерия принятия решения. Видимо, под сенсорной репрезентацией они понимают интегральный эффект в виде суммы сенсорных свидетельств $S(\mathbf{x})$, а под критерием принятия

Рис. 3

Зависимости вероятностей правильности решений $P(\text{sn}, \mathbf{Y} | C)$, $P(\text{n}, \mathbf{N} | C)$ и вероятностей ошибочности решений $P(\text{n}, \mathbf{Y} | C)$, $P(\text{sn}, \mathbf{N} | C)$ от суммы свидетельств $C(\mathbf{x})$. Решающее правило эвристической модели: при $C > 0$ принимается решение \mathbf{Y} , иначе принимается решение \mathbf{N} . $f(C|\text{sn})$ и $f(C|\text{n})$ – нормальные законы распределения переменной C при событиях sn и n



решения — величину априорного свидетельства со знаком минус $-L_0$ (см. рис. 1).

Соотношение с моделью случайных блужданий

Так как все слагаемые $C(\mathbf{x})$ распределены по нормальному закону, то и сама переменная C также распределена по нормальному закону (см. графики $f(C|\mathbf{sn})$ и $f(C|\mathbf{N})$ на рис. 3). Среднее значение сенсорного свидетельства $d'(x_i - d'/2)$ при \mathbf{sn} равно $+0.5(d')^2$, а при \mathbf{N} равно $-0.5(d')^2$. Дисперсии свидетельств в обоих случаях равны $(d')^2$. При этом среднее значение C равно $+0.5m(d')^2 + L_0$ при \mathbf{sn} , а при \mathbf{N} оно равно $-0.5m(d')^2 + L_0$. Дисперсии сумм свидетельств C в обоих случаях равны $m(d')^2$.

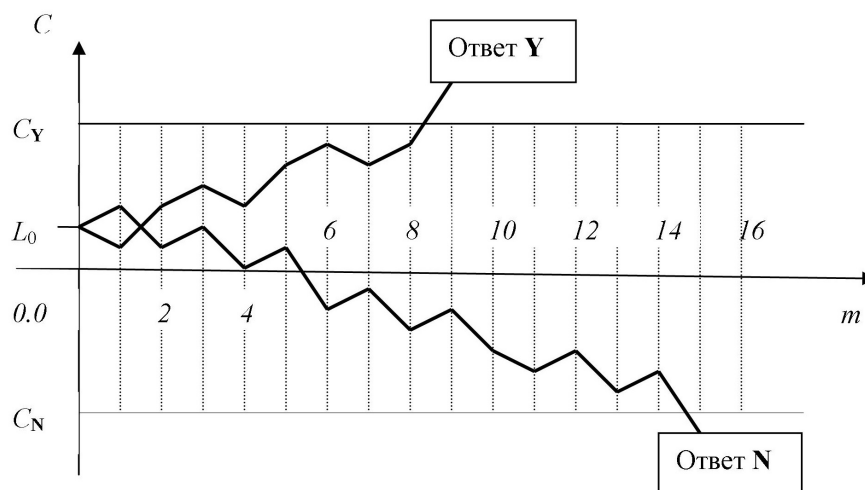
Видно, что процесс накопления свидетельств является динамическим. С увеличением длины выборки

m в зависимости от того, при каком событии (\mathbf{sn} или \mathbf{N}) происходит наблюдение, среднее значение суммы всех свидетельств C растет (при \mathbf{sn}) или убывает (при \mathbf{N}). Если графически изобразить дискретную реализацию случайного процесса $C(m)$, то получается отображение процесса случайных блужданий, который описан в версии модели случайных блужданий, предложенной С. Линком (Link, Heath, 1975) (см. рис. 4).

В начальный момент времени $m = 0$ сумма свидетельств равна исходному априорному свидетельству $C = L_0$. Затем с каждым новым отсчетом x_i к априорному свидетельству добавляется очередное случайное сенсорное свидетельство $d'(x_i - d'/2)$. Процесс накопления свидетельств останавливается в тот момент, когда сумма C превышает порог $C_Y > 0$, являющийся критерием принятия решения \mathbf{Y} , либо C опустится ниже

Рис. 4

Реализации процесса накопления суммы всех свидетельств для случая, когда наблюдатель принимает решения \mathbf{Y} и \mathbf{N} с заданными минимальными вероятностями правильности P_Y и P_N



порога $C_N < 0$, являющегося критерием принятия решения **N**. Пороги C_Y, C_N соответствуют минимальным значениям вероятности правильности принимаемых решений P_Y и P_N , ниже которых эти вероятности в модели случайных блужданий опуститься не могут.

Таким образом, предлагаемая нами эвристическая модель в целом подтверждает основные разработанные до нее эвристические модели принятия сенсорных решений и

оценки уверенности в них: аккумуляторную, случайных блужданий и основанную на ТОС. Но в отличие от них она получена непосредственно из идеальной модели ТОС, что позволяет описывать уверенность в принятом решении именно через вероятность его правильности, которую дают испытуемые в каждой пробе эксперимента, т. е. при моделировании оценки уверенности наша модель воспроизводит поведение человека точнее, чем предшествующие модели.

Литература

Иган Дж. Теория обнаружения сигналов и анализ рабочих характеристик. М.: Наука, 1983.

Козелецкий Ю. Психологическая теория решений. М.: Прогресс, 1979.

Котельников В.А. Теория потенциальной помехоустойчивости. М.: Госэнергоиздат, 1956.

Тверски А., Канеман Д. Принятие решений в условиях неопределенности: Правила и предубеждения // Канеман Д., Словик П., Тверски А. Принятие решений в неопределенности. Харьков: Гуманитарный центр, 2005. С. 17–36.

Шендяпин В.М., Скотникова И.Г. Моделирование уверенности в процессе принятия решения // Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте: Сборник трудов Второго Международного научно-практического семинара. М.: Физматлит, 2003. С. 362–368.

Шендяпин В.М., Скотникова И.Г. Математическое моделирование принятия решения и уверенности при выполнении

сенсорных задач // Новости искусственного интеллекта. 2006. № 2. С. 5–13.

Шендяпин В.М., Скотникова И.Г., Барабанищikov В.А., Тарасов В.Б. Математическое моделирование уверенности при принятии решения в сенсорных задачах // Психологический журнал. 2008. № 4. С. 84–97.

Adams J.K. A confidence scale defined in terms of expected percentages // American Journal of Psychology. 1957. 70. 432–436.

Balakrishnan J.D., Ratcliff R. Testing models of decision making using confidence ratings in classification // Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance. 1996. 22. 615–633.

Bjorkman M., Juslin P., Winman A. Realism of confidence in sensory discrimination: the underconfidence phenomenon // Perception and Psychophysics. 1993. 54. 75–81.

Green D.M., Swets J.A. Signal detection theory and psychophysics. 1st ed. N.Y.: Wiley, 1966; 2nd ed. 1974.

Ferrell W.R. A model for realism of confidence judgments: implications of under-

confidence in sensory discrimination // Perception and Psychophysics. 1995. 57. 246–254.

Link S.W., Heath R.A. A sequential theory of psychological discrimination // Psychometrika. 1975. 40. 77–105.

Vickers D., Lee M. Dynamic models of simple judgments: I. Properties of a self-regulating accumulator module // Non-

linear Dynamics, Psychology, and Life Sciences. 1998. 2. 3. 169–194.

Vickers D. Confidence and response time in three-category judgment // В. Berglund, E. Borg (eds.). Fechner Day'2003: Proceedings of the 13th Annual Meeting of the International Society for Psychophysics (ISP) Larnaka: Cyprus, 2003. P. 325–331.

Шендятин Валентин Михайлович, Московский городской психолого-педагогический университет, программист

Контакты: alexander.valshend@yandex.ru

Барабанщиков Владимир Александрович, Институт психологии РАН, заведующий лабораторией, член-корреспондент РАО, доктор психологических наук, профессор

Контакты: sbar@psychol.ras.ru